

复旦大学数学科学学院

2016~2017 学年第二学期期末考试试卷

A 卷(共 7 页)

课程名称: 高等数学 B(下)

课程代码: MATH120004

开课院系: 数学科学学院

考试形式: 闭卷

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一 (48分, 每小题 6分, 共 8 小题)

1 求 $f(x, y, z) = xyz$ 在点 $(1, 2, 3)$ 处的全微分。

2 求 $f(x, y, z) = \frac{1}{1+x+yz}$ 在点 $(1, 1, -1)$ 处沿着方向 $\vec{l}(1, 1, -1)$ 的方向导数。

姓 名: _____ 学 号: _____ 专 业: _____

(装订线内不要答题)

3 交换二次积分的积分次序: $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^{2-x} f(x, y) dy$

4 计算二重积分: $\iint_{[0,1] \times [0,1]} |y - x^2| dx dy$ 。

5 求微分方程 $x^2 y'' = (y')^2 + 2xy'$ 的一个通解。

6 求解微分方程 $y'' - y = x^2 + 1 + e^x$ 。

7 求三重积分 $\iiint_D (z^3 + xy) dx dy dz$, 其中 D 是上半球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0$ 。

8 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1} x^{2n}$ 的和函数。

二 (11 分) 设 (x_0, y_0, z_0) 是抛物面 $z = 1 + x^2 + y^2$ 上的任意一点, 求这个抛物面在该点处的切平面与抛物面 $z = x^2 + y^2$ 所围成的有界立体的体积。

三 (11分) 设 $f(x) = x - 4, x \in (2, 4)$ 。

1) 将 $f(x)$ 延拓成 $(-\infty, +\infty)$ 上以 4 为最小周期的周期奇函数, 还记成 $f(x)$;

2) 给出 $f(x)$ 的 Fourier 展开式;

3) 证明: $\frac{\pi^2}{6} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 。

四 (10分) 设 p, q 是两个正实数参数, 试讨论幂级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n^p \ln^q n}$ 的收敛域,

并且给出理由。

五 (10分) 求函数 $f(x, y, z) = 4x - 4y - x^2 - y^2 - z^2$ 在区域 $D: x^2 + y^2 + z^2 \leq 6$ 上的最大值和最小值。

六 (10分) 设 $f(t)$ 是 $[0, +\infty)$ 上的连续函数, 且满足下面的方程,

$$f(t) = t^6 + t^3 + 1 + \frac{1}{4\pi} \iiint_{x^2+y^2+z^2 \leq t^2} f(\sqrt{x^2+y^2+z^2}) dx dy dz,$$

求 $f(t)$ 的一个表达式。

(装订线内不要答题)
