

# 复旦大学复旦学院

## 2009~2010 学年第一学期期末考试试卷

A 卷       B 卷

课程名称: 高等数学 B (上)      课程代码: MATH120003.02

开课院系: 数学科学学院      考试形式: 闭卷

姓 名: \_\_\_\_\_ 学 号: \_\_\_\_\_ 专 业: \_\_\_\_\_

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总分
得分											

一、(10分) 判断下列叙述是否正确:

1. 若  $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = 0$ , 则  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ . ( )
2. 初等函数在定义区间内部一定可导. ( )
3. 若  $f(x)$  在  $x_0$  处取得极大值或极小值, 则  $f'(x_0) = 0$ . ( )
4. 若  $f(x)$  可导, 则  $\int f'(x) dx = f(x)$ . ( )
5. 向量  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  的外积等于以  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  为邻边的平行四边形的面积. ( )

二、(10分) 求下列极限:

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{2n^2 - n + 1/n}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - 1}{e^x - 1}$ .

(装订线内不要答题)

三、(10分) 计算下列微分或导数:

1. 设  $y = e^x \ln x$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ .

2. 设  $xy = e^{x+y}$ , 求  $dy$ .

四、(10分) 求下列不定积分与定积分:

1.  $\int \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ .

2.  $\int_0^1 \ln(1+x) dx$ .

五、(10分) 讨论函数  $y = \frac{x^3 - 1}{x}$  的定义域、单调性、极值、凸性、拐点、渐近线，  
并作出大致图象.

(装订线内不要答题)

六、(10分) 求  $y = x^2$ ,  $x = 1$  与  $x$  轴所围图形的面积及该图形绕  $y$  轴旋转所成旋转体的体积.

七、(10分) 设  $p \geq 0$ , 讨论反常积分  $\int_0^{+\infty} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x^p} dx$  的敛散性.

八、(10分) 直线  $\frac{x-4}{3} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{-1}$  与直线  $\begin{cases} 3x-y-3=0 \\ y-3z+3=0 \end{cases}$  否在同一平面上? 若是, 求出它们所在的平面方程。若不是, 求出与这两条直线相交且与它们都垂直的直线方程。

九、(10分) 设函数  $f$  在区间  $[A, B]$  连续 (没有假定  $f$  可导),  $A < a < b < B$ , 求

$$\lim_{h \rightarrow 0} \int_a^b \frac{f(x+h) - f(x)}{h} dx.$$

(装订线内不要答题)

十、(10分) 设  $f$  在区间  $[0, 1]$  上连续, 且  $\int_0^1 f(x)dx = 0$ ,  $\int_0^1 xf(x)dx = 0$ ,  $\int_0^1 x^2 f(x)dx = 1$ , 证明在  $[0, 1]$  上至少存在一点  $\xi$  使得  $|f(\xi)| \geq 12$ .