

复旦大学数学科学学院
2015~2016 学年第二学期期末考试试卷

A 卷

课程名称: 高等数学 (A) (下) 课程代码: MATH120002

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	总分
得分								

1. (本题共 40 分, 每小题 5 分) 计算下列各题

(1) 设 $z = xye^{x^2+y^2}$, 求 z''_{xy} 。

(2) 解方程 $y'' - 3y' + 2y = x^2$ 。

(3) 求椭球面 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{4} = 1$ 在点 $(1, -1, 1)$ 处的切平面方程。

姓 名: _____ 学 号: _____ 专 业: _____

(装订线内不要答题)

(4) 求函数 $u = x^2 + y^2 - 8x + 4y$ 在 $D: x^2 + y^2 \leq 9$ 上的最值。

(5) 计算 $\int_L (x + y) ds$, 其中 $L: x^2 + y^2 = 2x$ 。

(6) 计算 $\iiint_{\Omega} (x + y + z) dx dy dz$, 其中 $\Omega: (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 \leq 1$ 。

(7) 讨论级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{\ln^2 n}$ 收敛性。

(8) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n} (x-1)^n$ 的收敛半径与收敛区间。

2. (本题共 10 分) 求级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n^2-1)2^n}$ 的和。

3. (本题共 10 分) 求 $\int_L (2x \sin y + y)dx + (x^2 \cos y + 2x)dy$, 其中 $L: x^2 + y^2 = 2ax (a > 0)$

从 $(0, 0)$ 到 $(2a, 0)$ 的上半圆周。

4. (本题共 10 分) 求球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2 (a > 0)$ 被平面 $z = \frac{a}{4}$ 与 $z = \frac{a}{2}$ 所夹部分的面积。

5. (本题共 10 分) 计算 $\iint_{\Sigma} (x + y^2 z) dydz + (4y + 1) dzdx + z dx dy$, 其中 Σ 为曲面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ($0 \leq z \leq 1$) 的下侧。

6. (本题共 10 分) 设 $f(x) = \sin(ax)$, $x \in [-\pi, \pi]$ (a 不取整数), 求其 Fourier 级数及 Fourier 级数的和函数 $S(x)$ 。

7. (本题共 10 分) 设可微函数 $f(x)$ 是方程 $(x - 2y^3)dx + 3xy^2 dy = 0$ 的解, 且 $f(1) = 1$ 。

(1) 求 $f(x)$ 的表达式; (2) 讨论级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(f(n^3))^{\ln n}}{(\ln n)^n}$ 收敛性。