复旦大学数学科学学院

2007～2008 学年第二学期期末考试试卷

A卷

课程名称：高等数学A（下）　课程代码：$MATH120002$

开课院系：数学科学学院　考试形式：闭卷

姓　名：＿＿＿＿　学　号：＿＿＿＿　专　业：＿＿＿＿

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	总 分
得 分									

1.（本题共四小题，每小题 5 分，共 20 分）

(1) 设$u=\sin(3x-2y)$，求$\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$；

(2) 求曲面$e^z+z+xy=3$在点（2，1，0）处的切平面方程;

(3) 求幂级数$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n+4}(x-2)^n$的收敛半径和收敛域;

(4) 求解微分方程$(e^{x+y}-e^x)dx+(e^{x+y}+e^y)dy=0$。

2.（本题共四小题，每小题 5 分，共 20 分）

（1）计算二重积分 $\iint\limits_{D} e^{x^2+y^2}dxdy$，其中 D 为圆盘 $x^2+y^2\le 4$；

（2）设 L 是连接 $O(0,0,0)$ 和 $P(2,1,2)$ 的直线段，计算积分 $\int\limits_{L}(x+y+z)^2\,ds$；

（3）把积分 $\int_0^1 dy\int_y^{\sqrt{2y-y^2}} f(x,y)dx$ 表示为先对 y 再对 x 的二次积分;

（4）计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} xdydz+ydzdx+zdxdy$ 其中 Σ 是区域 $\left\{(x,y,z)\middle|x^2+y^2\le 1,1\le z\le 2\right\}$ 边界曲面的外侧。

3.（本题 10 分）在椭球面 $2x^2+2y^2+z^2=1$ 上求一点，使得函数 $u=x^2+y^2+z^2$ 在该点处沿 $l=(1,-1,0)$ 方向的方向导数最大。

4.（本题 10 分）计算三重积分

$$\iiint_{\Omega}\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdydz$$

其中 $\Omega=\left\{(x,y,z)\,\middle|\,x^2+y^2+z^2\le 1,\ z\ge 2\sqrt{x^2+y^2}-1\right\}$

5.（本题 10 分）将 $f(x)=\ln(2+x-3x^2)$ 展开为 $Maclaurin$ 级数，写出其收敛域，并求出 $f^{(4)}(0)$。

6.（本题 10 分）设 $f(x)=\begin{cases}\pi, & \sqrt{\pi}<x<\pi \\ -\pi, & 0\le x\le\sqrt{\pi}\end{cases}$，将 $f(x)$ 展开为以 2π 为周期的余弦级数，求其和函数在 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 处的值，并分别求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sin(n\sqrt{\pi})}{n}$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sin(2n\sqrt{\pi})}{n}$ 的和。

7.（本题 10 分）设 Σ 为曲面 $\left\{(x,y,z)\,\middle|\, y^2 = x^2+z^2, x^2+y^2 \le 1, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0\right\}$，计算

（1）$\iint\limits_{\Sigma} z^2 dS$；

（2）$\iint\limits_{\Sigma} z\,dydz$，其中 Σ 取上侧。

8.（本题 10 分）设 φ 是二阶可导函数，$\varphi(1)=-1, \varphi'(1)=-4$ 且存在二元函数 $u=u(x,y)$ 使

$$du = 4[\varphi(x)+2x^3]y\,dx + [3x\varphi(x)-x^2\varphi'(x)]dy$$

求 $\varphi(x)$ 和 $u(x,y)$。